

文章编号: 1000-8055(2009)08-1684-07

弱界面黏结通用单胞模型理论及应用

高希光^{1,2}, 孙志刚¹, 廉英琦¹, 宋迎东¹, 朱如鹏²

(1. 南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016;

2. 南京航空航天大学 机电学院, 南京 210016)

摘 要: 将通用单胞模型与弱界面分离模型结合, 首先推导了增量型通用单胞模型计算公式, 然后采用界面位移公式对平均位移连续条件进行改造, 建立子胞平均应变增量和宏观应变增量的函数关系. 应用子胞增量本构方程得到子胞平均应力增量表达式, 采用均匀化方法获得宏观应力增量表达式. 最后采用渐进适应界面模型模拟了长纤维复合材料的横向拉伸过程. 算例分析表明, 将界面分离模型和通用单胞模型结合能较好地模拟复合材料在拉伸载荷下的宏观响应.

关 键 词: 复合材料; 界面脱黏; 弱界面; 通用单胞模型; 计算机模拟

中图分类号: TB33

文献标识码: A

Generalized method of cell with weak interfacial bonding

GAO Xi guang^{1,2}, SUN Zhi gang¹, LIAN Ying qi¹,

SONG Ying dong¹, ZHU Ru peng²

(1. College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. College of Mechanical Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: A generalized method of cell (GMC) with weak interface was developed to model the interface debonding within continuum fiber reinforced composite. To accomplish this work, the average displacement continuum condition between sub-cells in original GMC was modified by employing weak interface theory. Then the average strain of subcell was expressed in terms of global strain. By using the local constitutive equation, the relationship between average stress of subcell and the global strain was established. At last, the evolving compliant interface model was employed by GMC to model the global response of fiber reinforced composite under transverse loading. The result shows that the methodology developed here is appropriate to model the interface debonding.

Key words: composite; interface debonding; weak interface; generalized method of cell; computer modeling

金属基复合材料(MMC)具有较高的比强度、比刚度以及良好的抗蠕变、耐高温性能, 在航空发动机领域具有重要的应用价值. NASA 的综合高性能涡轮发动机技术(IHPTET)计划将纤维增强

Ti 基、TiAl 化合物基复合材料作为先进航空发动机风扇、压气机、燃烧室机匣、涡轮盘、涡轮机匣、尾喷管等部件的重要候选材料^[1].

在 MMC 中, 界面的结构和性能对复合材料

收稿日期: 2008-08-08; 修订日期: 2009-02-18

基金项目: 博士点基金(20070287039); 973 项目

作者简介: 高希光(1981-), 男, 福建沙县人, 博士后, 研究方向为航空发动机结构、强度与振动.

应力、应变分布、导热、导电、热膨胀性能、载荷的有效传递、断裂过程均起着决定性作用, 直接影响复合材料的性能. 界面作为复合材料最重要的特征已经引起了研究者们极大兴趣, 界面的脱黏和失效演化的数值模拟成为研究的热点.

目前, 对复合材料界面的数值模拟方法主要分为两类: 细观力学方法和有限元法. 细观力学方法主要以经典的等效夹杂理论和剪滞理论为基础, 通过修改界面上的位移连续条件和力平衡条件来模拟界面对复合材料力学性能的影响^[2]. 细观力学方法具有计算速度快的优点, 但是无法模拟复杂的细观结构, 具有较大的局限性. 有限元法通用性强, 能模拟复杂的细观结构. 通过修改节点之间的位移连续条件就能模拟界面的力学性能, 因此绝大部分的工作都是在细观力学有限元的基础上展开的^[3-5]. 然而, 有限元法无法直接给出材料宏观弹性性能的表达式, 不利于进行结构的宏观细观一体化分析. 并且, 当细观结构比较复杂时, 需要划分大量的单元, 计算时间无法忍受^[6].

由 Aoudi^[7] 提出的通用单胞模型(GMC) 是一种基于代表性体积元(RVE) 的宏观细观统一本构模型. 该模型通过平均意义上的子胞边界位移连续条件和力平衡条件以及满足子胞内积分形式的平衡方程建立材料细观结构、组分材料常数与宏观材料常数的关系. 不仅能模拟复杂的细观结构, 而且具有较高的计算效率. 现已成为复合材料力学分析的重要方法^[8-10]. 本文以 GMC 模型为基础, 将弱界面分离模型与 GMC 模型结合, 建立能够模拟复合材料界面脱黏响应的 GMC 模型. 最后通过数值算例说明本文方法的有效性.

1 增量型通用单胞模型的基本理论

大多数界面分离属于非线性过程, 需要用到增量型的本构关系, 因此本文首先进行增量型 GMC 模型的理论研究. 假设复合材料的细观结构具有统计周期性(如图 1 所示), 可以采用代表性体积元法来描述其细观结构. 采用矩形网格将 RVE 离散成 $N_\beta \times N_\gamma$ 个子胞(如图 2 所示).

子胞的平均应变增量定义为

$$d\bar{\epsilon}_{ij}^{(\beta\gamma)} = \frac{1}{h_\beta l_\gamma} \int_{V_{\beta\gamma}} d\epsilon_{ij}^{(\beta\gamma)} dv \tag{1}$$

其中 h_β 是第 β 行子胞的高度; l_γ 是第 γ 列子胞的长度. 子胞体积为 $V_{\beta\gamma} = h_\beta l_\gamma$. 由于 GMC 模型采用了线性位移假设, 因此子胞内的应变增量为常数, 等于子胞的平均应变增量. 通过子胞之间平均意

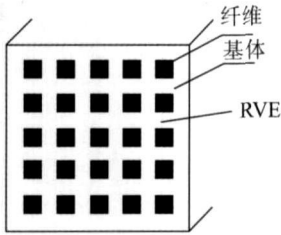


图 1 复合材料周期性细观结构

Fig. 1 Composite with periodic microstructure

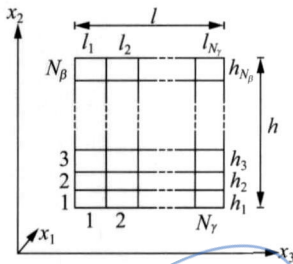


图 2 离散化的 RVE

Fig. 2 RVE discretized by subcells

义上的位移增量连续条件可建立子胞平均应变增量与宏观应变增量之间的一组方程

$$d\bar{\epsilon}_{11}^{(\beta\gamma)} = d\bar{\epsilon}_{11} \tag{2a}$$
$$\beta = 1, \dots, N_\beta; \quad \gamma = 1, \dots, N_\gamma$$

$$\sum_{\beta=1}^{N_\beta} h_\beta d\bar{\epsilon}_{12}^{(\beta\gamma)} = h d\bar{\epsilon}_{12}, \quad \gamma = 1, \dots, N_\gamma \tag{2b}$$

$$\sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} l_\gamma d\bar{\epsilon}_{13}^{(\beta\gamma)} = l d\bar{\epsilon}_{13}, \quad \beta = 1, \dots, N_\beta \tag{2c}$$

$$\sum_{\beta=1}^{N_\beta} h_\beta d\bar{\epsilon}_{22}^{(\beta\gamma)} = h d\bar{\epsilon}_{22}, \quad \gamma = 1, \dots, N_\gamma \tag{2d}$$

$$\sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} l_\gamma d\bar{\epsilon}_{33}^{(\beta\gamma)} = l d\bar{\epsilon}_{33}, \quad \beta = 1, \dots, N_\beta \tag{2e}$$

$$\sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} h_\beta l_\gamma d\bar{\epsilon}_{23}^{(\beta\gamma)} = h l d\bar{\epsilon}_{23} \tag{2f}$$

其中

$$h = \sum_{\beta=1}^{N_\beta} h_\beta, \quad l = \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} l_\gamma \tag{3}$$

方程(3) 共包含 $N_\beta N_\gamma + 2(N_\beta + N_\gamma) + 1$ 个方程, 以子胞平均位移为基本未知量, 包含 $6N_\beta N_\gamma$ 个未知量. 此外, 子胞间还应满足力平衡条件. 由此可建立余下的 $5N_\beta N_\gamma - 2(N_\beta + N_\gamma) - 1$ 个方程

$$d\sigma_{12}^{(\beta, \gamma)} = d\sigma_{12}^{(\beta+1, \gamma)} \tag{4a}$$
$$\beta = 1, \dots, N_\beta - 1; \quad \gamma = 1, \dots, N_\gamma$$

$$d\sigma_{22}^{(\beta, \gamma)} = d\sigma_{22}^{(\beta, \gamma+1)} \tag{4b}$$
$$\beta = 1, \dots, N_\beta - 1; \quad \gamma = 1, \dots, N_\gamma$$

$$d\sigma_{13}^{(\beta)} = d\sigma_{13}^{(\beta) \gamma+1}$$

$$\beta = 1, \dots, N_\beta; \quad \gamma = 1, \dots, N_\gamma - 1 \quad (4c)$$

$$d\sigma_{33}^{(\beta)} = d\sigma_{33}^{(\beta) \gamma+1}$$

$$\beta = 1, \dots, N_\beta; \quad \gamma = 1, \dots, N_\gamma - 1 \quad (4d)$$

$$d\sigma_{23}^{(\beta)} = d\sigma_{23}^{(\beta+1, \gamma)} = d\sigma_{32}^{(\beta) \gamma+1}$$

$$\beta = 1, \dots, N_\beta - 1; \quad \gamma = 1, \dots, N_\gamma - 1 \quad (4e)$$

子胞内的平均应变和平均应力满足增量型子胞本构方程,即

$$d\sigma_{ij}^{(\beta\gamma)} = \bar{C}_{ijkl}^{(\beta\gamma)} d\bar{\epsilon}_{kl}^{(\beta\gamma)} \quad (5a)$$

$$d\bar{\epsilon}_{kl}^{(\beta\gamma)} = \bar{S}_{ijkl}^{(\beta\gamma)} d\bar{\sigma}_{ij}^{(\beta\gamma)} \quad (5b)$$

其中 $\bar{C}_{ijkl}^{(\beta\gamma)}$ 定义为如下积分:

$$\bar{C}_{ijkl}^{(\beta\gamma)} = \frac{1}{h_\beta l_\gamma} \int_{V_{\beta\gamma}} C_{ijkl}^{(\beta\gamma)} dv \quad (6a)$$

$$\bar{S}_{ijkl}^{(\beta\gamma)} = \frac{1}{h_\beta l_\gamma} \int_{V_{\beta\gamma}} S_{ijkl}^{(\beta\gamma)} dv \quad (6b)$$

将方程(5) 代入方程(2) 消去子胞平均应变增量,然后联解等式(2) 和(4) 可导出子胞平均应力增量的表达式

$$d\sigma_{11}^{(\beta\gamma)} = a_1^{(\beta\gamma)} d\bar{\epsilon}_{11} + b_1^{(\beta\gamma)} d\bar{\epsilon}_{22} + c_1^{(\beta\gamma)} d\bar{\epsilon}_{33} \quad (7)$$
$$\beta = 1, \dots, N_\beta; \quad \gamma = 1, \dots, N_\gamma \quad (7)$$

$$d\sigma_{22}^{(\beta\gamma)} = a_2^{(\beta\gamma)} d\bar{\epsilon}_{11} + b_2^{(\beta\gamma)} d\bar{\epsilon}_{22} + c_2^{(\beta\gamma)} d\bar{\epsilon}_{33} \quad (8)$$
$$\gamma = 1, \dots, N_\gamma \quad (8)$$

$$d\sigma_{33}^{(\beta\gamma)} = a_3^{(\beta\gamma)} d\bar{\epsilon}_{11} + b_3^{(\beta\gamma)} d\bar{\epsilon}_{22} + c_3^{(\beta\gamma)} d\bar{\epsilon}_{33} \quad (9)$$
$$\beta = 1, \dots, N_\beta \quad (9)$$

$$d\sigma_{23}^{(\beta\gamma)} = b_6 d\bar{\epsilon}_{23} \quad (10)$$

$$d\sigma_{13}^{(\beta\gamma)} = b_5^{(\beta\gamma)} d\bar{\epsilon}_{13}, \quad \beta = 1, \dots, N_\beta \quad (11)$$

$$d\sigma_{12}^{(\beta\gamma)} = b_4^{(\beta\gamma)} d\bar{\epsilon}_{12}, \quad \gamma = 1, \dots, N_\gamma \quad (12)$$

宏观应力增量定义为代表性体积元内应力增量的积分

$$d\sigma_{ij} = \frac{1}{hl} \int_V d\sigma_{ij} dv = \frac{1}{hl} \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} d\sigma_{ij}^{(\beta\gamma)} h_\beta l_\gamma \quad (13)$$

将方程(7) ~ (12) 代入方程(13) 消去子胞平均应力增量,就可以得到宏观应力增量与宏观应变增量的关系式 $d\sigma_{ij} = \bar{C}_{ijkl} d\bar{\epsilon}_{kl}$.

2 弱界面黏结的界面分离模型

国内外研究表明,纤维增强的金属基复合材料界面黏结特性对其力学行为和失效机理有很大影响,界面脱黏和开裂成为金属基复合材料主要的失效形式之一^[11].

图3为 Majumdar 和 Newaz^[12] 由实验得到的典型的金属基复合材料横向拉伸应力-应变曲线,很明显的存在三个阶段:第一阶段由于界面黏结完好,应力-应变关系表现为线弹性;第二阶段,由于界面发生脱黏,应力-应变曲线起始于转折点,界面发生脱黏并分离,基体发生了塑性变形;第三阶段,界面进一步分离乃至失效,基体发生明显的塑性变形^[12].

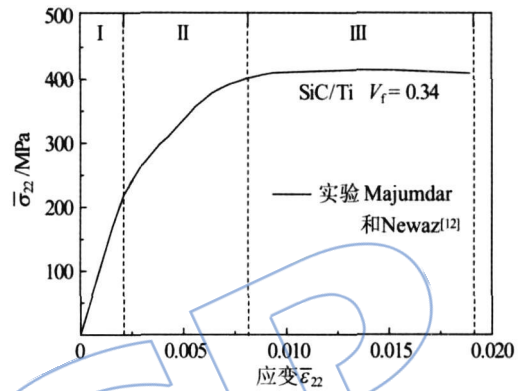


图3 金属基复合材料拉伸响应曲线
Fig. 3 Stress/strain relationship of MMC

因此,对复合材料宏观性能的预测精度很大程度上取决于对界面分离的正确描述. Jones 和 Whittier^[13], Achenbach 和 Zhu 等人^[14] 采用界面分离模型来模拟界面特性. 假设一旦发生脱黏,则存在于整个界面上,并且界面层的厚度非常小,可以忽略不计,在界面处基体和纤维之间在各个方向的应力分量相等,而位移分量不连续,即在界面上

$$[d^n] = [d^t] = \sigma_i^l, \quad (i = n, t, b) \quad (14)$$

$$[u^m] = [u^t] + u_i^l, \quad (i = n, t, b) \quad (15)$$

其中 $[d^n]$ 和 $[d^t]$ 分别表示基体、纤维在界面上的应力; σ_i^l 表示界面应力; $[u^m]$ 和 $[u^t]$ 分别表示基体和纤维在界面处的位移; u_i^l 表示界面位移; 指标 n, t, b 表示界面上的法向和两个切向,如图4所示.

界面位移可以表示成界面应力的函数

$$u_i^l = R_i \cdot d^l \quad (16)$$

公式(16) 称为界面分离函数,其中 R_i 表示分离系数,与界面应力和界面位移有关. 一般采用增量形式的分离函数,即

$$du_i^l = R_i \cdot d\sigma_i^l + \sigma_i^l \cdot dR_i \quad (17)$$

其中 R_i 的表达形式决定了界面分离模型的类型.

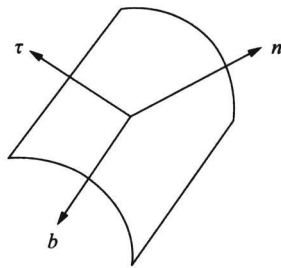


图 4 复合材料的界面坐标系

Fig. 4 Local coordinates of interface

2 1 柔性界面分离模型

Jones 和 Whittier^[13] 将式 (18) 中的界面分离系数 R_i 取为常数, 即界面位移和界面应力之间存在线性关系.

$$u_n^I = R_n \cdot \sigma_n^I, \quad u_t^I = R_t \cdot \sigma_t^I \quad (18)$$

这样的界面模型始终是柔性的, 称为柔性界面分离模型 (flexible interface, 简称 FI). 当界面分离系数 $R_i \rightarrow 0$ 时表示界面是理想黏结的, 不存在界面分离, 当 $R_i \rightarrow \infty$ 时则表示界面完全脱黏.

2 2 常响应界面分离模型

从柔性界面模型的定义可以看出这个界面分离模型有着明显的缺点, 首先, 其界面黏结强度不足, 即从一开始就发生了分离. 再者, 其界面分离系数保持不变, 不能改变界面分离变形的程度.

实际的复合材料界面上由于残余压应力和化学、物理结合作用的存在, 界面必须克服这些应力才能发生分离, 为了使柔性界面模型具有更准确的模拟能力, Achenbach 和 Zhu^[14] 对其进行改进, 引入界面黏结强度的概念, 界面分离函数表达如下:

$$\begin{aligned} du_i^I &= 0, \quad (\sigma_i^I < \sigma_{DB}) \\ du_i^I &= R_i \cdot d\sigma_i^I, \quad (\sigma_i^I \geq \sigma_{DB}) \end{aligned} \quad (19)$$

其中 σ_{DB} 表示界面黏结强度, 界面在应力低于 σ_{DB} 时界面黏结完好, 在大于 σ_{DB} 时就发生脱黏. 这样的模型被称为常响应界面 (constant compliant interface, 简称 CCI) 模型. 和 FI 模型一样, 大的分离系数 R_i 可以模拟界面完全分离的情况.

2 3 渐进适应界面模型

常响应界面模型也有局限性, 一旦界面发生分离, 界面分离程度将不会增加 (界面分离系数 R_i 保持为常数). Levy^[15] 采用一种新的界面分离模型, 在这个模型中允许界面分离系数随界面应力、位移状态的变化而变化, 因此被称之为渐进适应界面 (evolving compliant interface, 简称 ECI)

模型, 界面应力和界面位移之间的分离函数描述如下:

$$\sigma_i^I = \sigma_{i \max} \left[\frac{u_i^I}{\rho} \right] \exp \left[1 - \frac{u_i^I}{\rho} \right], \quad (i = n, t, b) \quad (20)$$

其中 $\sigma_{i \max}$ 表示界面所能承受的最大应力; ρ 表示界面特征长度.

3 考虑弱界面黏结的通用单胞模型

将等式 (17) 与 GMC 模型的基本方程相结合, 可推导出用于模拟界面脱黏的 GMC 模型.

当界面处存在脱黏时, 由方程 (14), (15) 可知, 界面上相邻子胞之间的力仍然保持平衡, 但是平均位移不再连续. 假设在子胞 β 与 $\hat{\beta}$ 之间存在横向界面, 在 γ 和 $\hat{\gamma}$ 之间存在纵向界面, 如图 5 所示. 则子胞之间的位移连续条件写成如下形式:

$$du_i^{(\beta \gamma)} \Big|_{\bar{x}_2 = h_\beta/2} + du_i^I = du_i^{(\hat{\beta} \hat{\gamma})} \Big|_{\bar{x}_2 = -h_{\hat{\beta}}/2}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (21)$$

$$du_i^{(\beta \gamma)} \Big|_{\bar{x}_3 = l_\gamma/2} + du_i^I = du_i^{(\hat{\beta} \hat{\gamma})} \Big|_{\bar{x}_3 = -l_{\hat{\gamma}}/2}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (22)$$

其中 du_i^I 是界面位移增量.

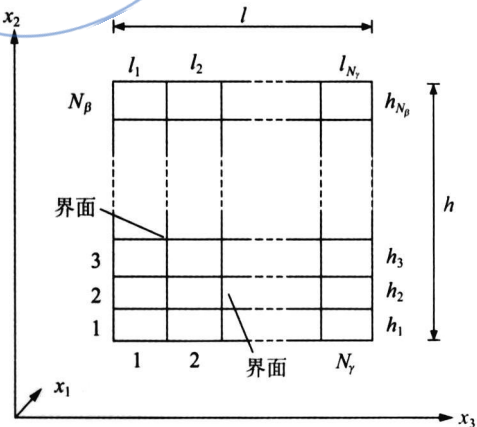


图 5 存在界面的代表性体积元

Fig. 5 RVE with interface

由于界面位移必然对代表性体积元的宏观应变产生影响, 因此方程 (4) 改写为如下形式:

$$d\bar{\epsilon}_{11}^{(\beta \gamma)} = d\bar{\epsilon}_{11} \quad \beta = 1, \dots, N_\beta; \quad \gamma = 1, \dots, N_\gamma \quad (23a)$$

$$\sum_{\beta=1}^{N_\beta} h_\beta d\bar{\epsilon}_{22}^{(\beta \gamma)} + n^\gamma du_2^I = h d\bar{\epsilon}_{22} \quad \gamma = 1, \dots, N_\gamma \quad (23b)$$

$$\sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} l_\gamma d\bar{\epsilon}_{33}^{(\beta \gamma)} + n^\beta du_3^I = l d\bar{\epsilon}_{33}$$

$$\beta = 1, \dots, N_\beta \quad (23c)$$

$$\sum_{\beta=1}^{N_\beta} h_\beta d\bar{\epsilon}_{12}^{(\beta\gamma)} + n^\gamma du_1^I = h d\bar{\epsilon}_{12} \quad (23d)$$

$$\gamma = 1, \dots, N_\gamma$$

$$\sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} l_\gamma d\bar{\epsilon}_{13}^{(\beta\gamma)} + n^\beta du_1^I = l d\bar{\epsilon}_{13} \quad (23e)$$

$$\beta = 1, \dots, N_\beta$$

$$\sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} h_\beta l_\gamma d\bar{\epsilon}_{23}^{(\beta\gamma)} + \left(\sum_{\beta=1}^{N_\beta} n^\beta h_\beta \frac{du_1^I}{2} + \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} n^\gamma l_\gamma \frac{du_1^I}{2} \right) = h l d\bar{\epsilon}_{23} \quad (23f)$$

其中 n^β 表示第 β 行子胞的界面个数, n^γ 表示第 γ 列子胞的界面个数.

将式(17)代入式(23), 并且应用式(5b)消去所有的子胞平均应变得如下表达式:

$$\bar{S}_{11}^{(\beta\gamma)} d\sigma_{11}^{(\beta\gamma)} + \bar{S}_{12}^{(\beta\gamma)} d\sigma_{22}^{(\beta\gamma)} + \bar{S}_{13}^{(\beta\gamma)} d\sigma_{33}^{(\beta\gamma)} = d\bar{\epsilon}_{11} \quad (24a)$$

$$\beta = 1, \dots, N_\beta; \quad \gamma = 1, \dots, N_\gamma$$

$$(A_\gamma + n^\gamma R_n) d\sigma_{22}^{(\gamma)} + n^\gamma \sigma_{22}^{(\gamma)} \cdot dR_n + \sum_{\beta=1}^{N_\beta} h_\beta B_{\beta\gamma} d\sigma_{33}^{(\beta\gamma)} = h d\bar{\epsilon}_{22} - c_\gamma d\bar{\epsilon}_{11} \quad (24b)$$

$$\gamma = 1, \dots, N_\gamma$$

$$\sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} l_\gamma B_{\beta\gamma} d\sigma_{22}^{(\gamma)} + (n^\beta R_n + D_\beta) d\sigma_{33}^{(\beta)} + n^\beta \sigma_{33}^{(\beta)} \cdot dR_n = l d\bar{\epsilon}_{33} - e_\beta d\bar{\epsilon}_{11} \quad (24c)$$

$$\beta = 1, \dots, N_\beta$$

$$\left[\frac{1}{2} \left(\sum_{\beta=1}^{N_\beta} h_\beta S_{66}^{(\beta\gamma)} \right) + \frac{1}{2} n^\gamma R_\tau \right] d\sigma_{12}^{(\gamma)} + \frac{1}{2} n^\gamma \sigma_{12}^{(\gamma)} dR_\tau = h d\bar{\epsilon}_{12} \quad (24d)$$

$$\gamma = 1, \dots, N_\gamma$$

$$\frac{1}{2} \left[\left(\sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} l_\gamma S_{55}^{(\beta\gamma)} \right) + n^\beta R_\tau \right] d\sigma_{13}^{(\beta)} + n^\beta \sigma_{13}^{(\beta)} dR_\tau = l d\bar{\epsilon}_{13} \quad (24e)$$

$$\beta = 1, \dots, N_\beta$$

$$\frac{1}{G} d\sigma_{23} + \frac{1}{2} \left(\sum_{\beta=1}^{N_\beta} n^\beta h_\beta + \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} n^\gamma l_\gamma \right) \cdot \sigma_{23} dR_\tau = h l d\bar{\epsilon}_{23} \quad (24f)$$

其中

$$\frac{1}{G} =$$

$$\frac{1}{2} \left\{ \left(\sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} h_\beta l_\gamma \bar{S}_{44}^{(\beta\gamma)} \right) + \left(\sum_{\beta=1}^{N_\beta} n^\beta h_\beta + \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} n^\gamma l_\gamma \right) R_\tau \right\}$$

假设平均应变为已知量, 并以子胞应力增量为未知量, 联立方程(4)和方程(24)可以得到子胞应力增量的表达式. 再将其代入平均应力的表达式, 即

$$d\bar{\sigma}_j = \frac{1}{hl} \int_V d\sigma_j dv = \frac{1}{hl} \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} d\sigma_j^{(\beta\gamma)} h_\beta l_\gamma \quad (25)$$

可得到平均应力增量和平均应变增量的关系式.

采用前向差分法进行界面分离 GMC 模型的计算. 首先将等式(4)和式(24)线性化, 即将等式中的无穷小增量 d 近似为增量 Δ . 假设第 n 个载荷步为已知状态, 采用 ${}^n\sigma_j^{(\beta\gamma)}$, ${}^n\bar{\epsilon}_j^{(\beta\gamma)}$, ${}^n\bar{\epsilon}_j$, ${}^n\sigma_j$, ${}^n u_i^I$, ${}^n\sigma_i^I$, ${}^n R_i$ 分别表示第 n 个载荷步的子胞平均应力、子胞平均应变、平均应变、平均应力、界面位移、界面应力和界面分离系数. 然后以宏观应变增量 $\Delta^n \bar{\epsilon}_{ij}$ 为输入量, 由线性化后的方程(4)和方程(24)计算出子胞的平均应力增量 $\Delta^n \sigma_j^{(\beta\gamma)}$. 将子胞平均应力增量与第 n 步的平均子胞应力叠加得到第 $n+1$ 步的子胞平均应力, 即

$${}^{n+1}\bar{\sigma}_j^{(\beta\gamma)} = {}^n\bar{\sigma}_j^{(\beta\gamma)} + \Delta^n \sigma_j^{(\beta\gamma)} \quad (26)$$

由此可计算出第 $n+1$ 步所有的变量. 重复上述步骤可确定每一载荷步的子胞平均应力 $\sigma_j^{(\beta\gamma)}$ 和宏观应力 σ_j . 由此可确定材料的应力应变曲线.

4 算例分析

本文采用渐进适应界面模型(ECI) 模拟长纤维复合材料的横向拉伸响应过程. 其界面分离函数为等式(20). 计算采用 14×14 个子胞的通用单胞模型, 如图6所示.

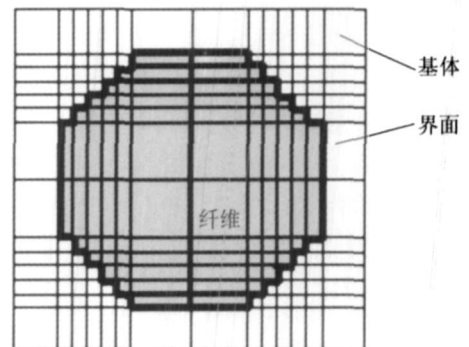


图6 14×14 子胞代表性体元

Fig. 6 RVE with 14×14 subcells

4.1 基体为弹性时的复合材料性能

假设在拉伸过程中纤维和基体材料均处于弹

性状态, 纤维弹性模量 E_f 为 380 GPa, 泊松比 μ_f 为 0.15; 基体弹性模量 E_m 为 70 GPa, 泊松比 μ_m 为 0.31, 纤维体积含量 V_f 为 50%. 应用本文模型分析界面分离参数对横向拉伸应力-应变响应的影 响, 如图 7 和图 8 所示.

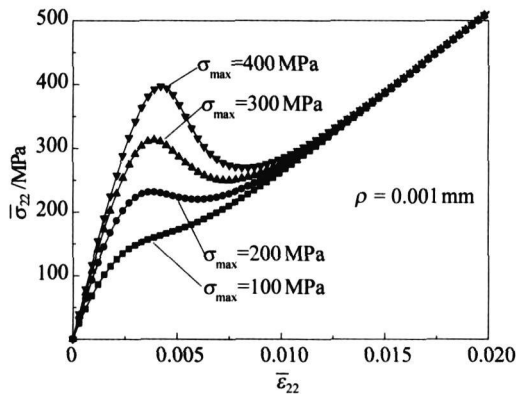


图 7 界面最大应力对材料横向拉伸响应的影响
Fig. 7 Effect of Max stress of interface on stress/strain curve at transverse loading

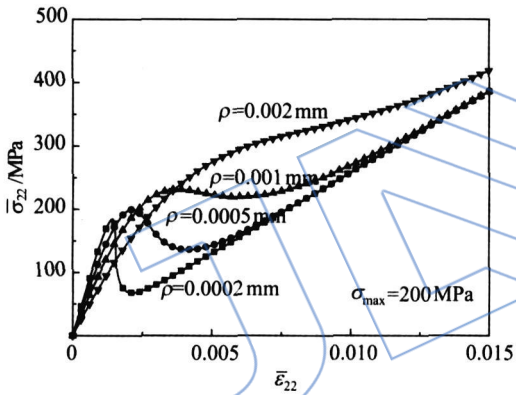


图 8 不同界面特征长度下复合材料横向拉伸响
Fig. 8 Effect of latent length of interface on stress/strain curve at transverse loading

从图 7 可以看出, 横向拉伸响应中突起部分的峰值随着界面最大应力的增大而增大. 这表明界面的承载能力随着界面最大应力的增大而增强. 对于相同的界面特征长度, 不同的界面最大应力下的宏观响应在曲线后段趋于一致, 表明在界面完全失效之后, 复合材料的响应主要由基体的力学性质决定.

图 8 表示不同界面特征长度下复合材料的响应. 计算结果表明, 小的界面特征长度会引起复合材料很急剧的卸载, 而大的界面特征长度则没有这种现象发生. 在响应曲线后段, 各个特征长度的曲线趋于一致, 此时的横向拉伸响应主要由基体的力学性质决定.

4.2 考虑基体塑性时复合材料性能

将图 7、图 8 和图 3 中的曲线进行对比, 发现实验曲线的后段趋于平缓, 而模拟曲线的斜率接近 $E_m \times V_f$, 这是由于模拟曲线没有考虑基体塑性变形对宏观响应的影响. 本节分析基体塑性对弱界面黏结复合材料横向拉伸响应的影响. 采用上一节中的材料, 基体材料符合双线性本构关系, 其切线弹性模量 E_t 为 3 MPa. 图 9 为采用本文方法模拟的不同基体屈服应力下的横向拉伸应力-应变曲线. 从图中可以看出, 考虑基体塑性后, 材料横向拉伸应力-应变曲线的后段趋于平缓, 与图 7 和图 8 的曲线形状差异较大, 这说明基体塑性对材料横向宏观响应存在显著的影响. 对比图 9 和图 3 可以看出, 考虑基体塑性后, 模拟曲线的形状与实验曲线的形状比较接近.

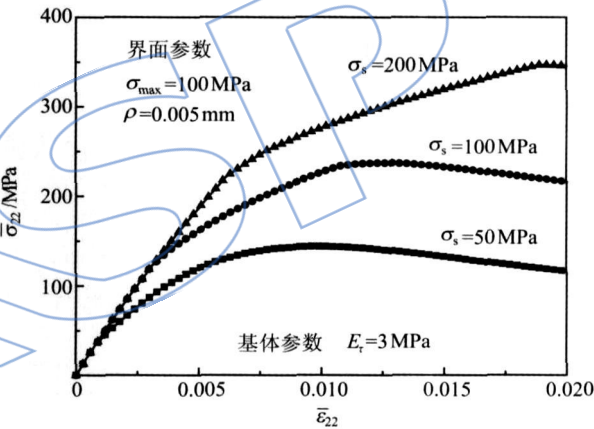


图 9 基体屈服应力对横向拉伸响应的影响
Fig. 9 Effect of σ_s on stress/strain curve at transverse loading

5 结 论

本文将通用单胞模型与描述界面脱黏的界面分离模型结合, 提出了可模拟弱界面脱黏的通用单胞模型. 采用界面位移公式对平均位移连续条件进行改造, 建立子胞平均应变增量和子胞宏观应变增量的函数关系. 应用子胞增量本构方程得到子胞平均应力增量表达式. 最后采用渐进适应界面模型模拟了长纤维复合材料的横向拉伸响应过程. 讨论了面分离参数和基体塑性对材料横向拉伸应力-应变曲线的影响. 分析结果表明: ①界面承载能力随界面最大应力增大; ②小的界面特征长度会引起复合材料很急剧的卸载, 而大的界面特征长度将导致较为平缓的卸载过程; ③基体塑性对横向拉伸应力-应变曲线的形状影响较大, 考

虑基体塑性后的模拟应力应变曲线其后段较为平缓。

参考文献:

- [1] 刘大响. 高性能航空发动机的发展对材料技术的要求[J]. 燃气涡轮试验与研究, 1998, 11(3): 1-5
LIU Daxiang. The requirement of development of high performance engine on material technology[J]. Gas Turbine Experiment and Research, 1998, 11(3): 1-5 (in Chinese)
- [2] Choupani N. Interfacial mixed mode fracture characterization of adhesively bonded joints[J]. International Journal of Adhesion and Adhesives, 2008, 28(6): 267-282
- [3] Lissenden C J, Herakovich C T. Numerical modelling of damage development and viscoplasticity in metal matrix composites[J]. Computational Method in Applied Mechanics and Engineering, 1995, 126: 289-303
- [4] Nimmer R P, Bankert R J, Russel E S, et al. Micromechanical modeling of fiber/matrix interface effects in transversely loaded SiC/Ti-6Al-4V metal matrix composites[J]. Journal of Composites Technology and Research, 1991, 13(1): 3-13
- [5] 孙志刚, 宋迎东, 廉英琦. 弱界面粘结对复合材料有效性能的影响[J]. 航空动力学报, 2005, 20(6): 915-919
SUN Zhigang, SONG Yingdong, LIAN Yingqi. Composite mechanical behavior with weak interfacial bonding[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(6): 915-919 (in Chinese)
- [6] 宋迎东, 孙志刚, 高希光. 纤维增强复合材料有效性能分散性[J]. 航空动力学报, 2005, 20(2): 230-235
SONG Yingdong, SUN Zhigang, GAO Xiguang. Research on discrepancy of fiber reinforced composite effective performance[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(2): 230-235 (in Chinese)
- [7] Paley M, Aboudi J. Micromechanical analysis of composites by the generalized method of cells[J]. Mechanics of Materials, 1992, 14(2): 127-139
- [8] Gao X G, Song Y D, Sun Z G. Quadrilateral subcell based finite volume micromechanics theory for multiscale analysis of elastic periodic materials[J]. Journal of Applied Mechanics-Transactions of the ASME, 2009, 76(1): 011013(7 pages). DOI: 10.1115/1.2966176
- [9] 宋迎东, 雷友锋, 孙志刚, 等. 一种新的纤维增强复合材料细观力学模型[J]. 南京航空航天大学学报, 2003, 35(4): 435-440
SONG Yingdong, LEI Youfeng, SUN Zhigang, et al. A new micromechanics model for fibrous composite[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 35(4): 435-440 (in Chinese)
- [10] 高希光, 宋迎东, 孙志刚. 纤维位置随机引起的复合材料性能分散性研究[J]. 航空动力学报, 2005, 20(4): 584-589
GAO Xiguang, SONG Yingdong, SUN Zhigang. Research on the discrepancy of composite effective properties induced by the stochastic fiber location[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(4): 584-589. (in Chinese)
- [11] 廉英琦. 弱界面粘结的纤维增强金属基复合材料细观力学分析[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2004
LIAN Yingqi. The micromechanical analysis for fiber reinforced metal matrix composites with weak interfacial bonding[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2004. (in Chinese)
- [12] Majumdar B S, Newaz G M. Inelastic deformation of metal matrix composites: plasticity and damage mechanisms[J]. Philosophical Magazine A, 1992, 66(2): 187-212
- [13] Jones J P, Whittier J S. Waves at flexibly bonded interfaces[J]. Journal of Applied Mechanics, 1967, 34(3): 905-909
- [14] Achenbach J D, Zhu H. Effect of interfacial zone on mechanical behavior and failure of fiber reinforced composites[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1989, 37(3): 381-393
- [15] Levy A J. The effective dilatational response of fiber reinforced composites with nonlinear interface[J]. Journal of Applied Mechanics, 1996, 63(2): 357-364